

초성미수학

확률과 통계 단과반

<1주차 수업자료>

[쉬운 문제 어려운 문제 통수문제 다 맞추기 위한 반]



<강의 커리 컬럼>

| Orbi 신촌점 | |
|------------------|---|
| 1주차 - 7월 23일 (토) | 경우의 수 + 확률 (Upgrade 된 문제 적용 하기 개념) |
| 2주차 - 휴강 | (휴강) 경우의 수 + 확률 숙제 및 문제 제공 |
| 3주차 - 8월 6일 (토) | 통계 '통개념' (전체적으로 개념정리) + 킬러문항고찰 |
| 4주차 - 8월 13일 (토) | Cho Mini Test (30분 X 2회) + 테스트 피드백 + 킬러문항고찰 |
| 5주차 - 8월 20일 (토) | Cho Mini Test (30분 X 2회) + 테스트 피드백 + 킬러문항고찰 |

Cho Mini Test 란 ?

EBS와 기출 변형문제 + 자작문항으로 이루어져있으며

Orbi 닉네임 "퓨에르" 와 "성국" 님과 함께 만든 미니 모의고사입니다.

난이도는 매우 높으며 9개 이상 맞을 경우 수능에서 틀릴 수가 없는 모의고사입니다.

특이점은 전체 문항이 주관식으로 이루어져 있습니다.



(1) 경우의 수 사칙연산

| 사칙연산 | 쓰임새 |
|------|-----|
| 합의법칙 | |
| 곱의법칙 | |
| 나눗셈 | |
| 뺄셈 | |

⇒ 경로를 통한 합의 법칙과 곱의 법칙 설명



★ 기출 풀어 보기

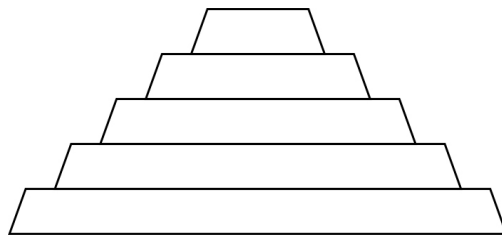
1. 2005학년도 9월 평가원 25번

집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 다음 세 조건을 모두 만족하는 함수 $f : A \rightarrow A$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 함수 f 는 일대일 대응
- (나) $f(1) = 7$
- (다) $k \geq 2$ 이면 $f(k) \leq k$

2. 2009학년도 6월 평가원 25번

그림과 같은 모양의 종이에 서로 다른 3가지 색을 사용하여 색칠하려고 한다. 이웃한 사다리꼴에는 서로 다른 색을 칠하고, 맨 위의 사다리꼴과 맨 아래의 사다리꼴에 서로 다른 색을 칠한다. 5개의 사다리꼴에 색을 칠하는 방법의 수를 구하시오.





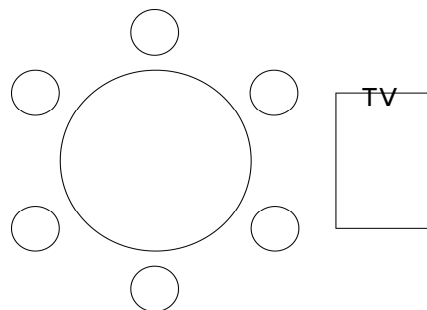
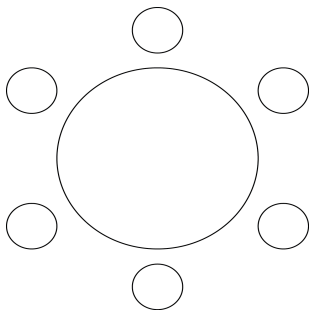
(2) 순열에서부터 여러 가지 순열

0) 순열

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

1) 원순열

$(n-1)!$ 의 이유를 느껴보자.



2) 중복순열

$${}_n \Pi_r = n^r$$

3) 같은 것이 있는 순열

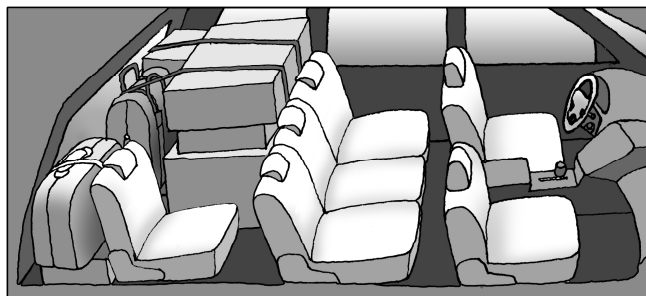
$aaabb$ 배열 $\frac{5!}{3!2!}$ 인 이유



★ 기출 풀어보기

3. 2008학년도 6월 평가원 25번

할머니, 할아버지, 어머니, 아버지, 영희, 철수 모두 6명의 가족이 자동차를 타고 여행을 가려고 한다. 이 자동차에는 앉을 수 있는 좌석이 그림과 같이 앞줄에 2개, 가운데 줄에 3개, 뒷줄에 1개가 있다. 운전석에는 아버지나 어머니만 앉을 수 있고, 영희와 철수는 가운데 줄에만 앉을 수 있을 때, 가족 6명이 모두 자동차의 좌석에 앉는 경우의 수를 구하시오. [4점]



4. 2006학년도 6월 평가원 가형 22번

집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에서 A 로의 함수 중에서 다음 두 조건을 만족시키는 함수 f 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 함수 f 는 일대일 대응이다.
 (나) 정의역 A 의 한 원소 n 에 대하여
 $f(n+1) - f(n) = 5$ 이다.

5. 2005학년도 6월 평가원 나형 30번

7개의 문자 a, a, b, b, c, d, e 를 일렬로 나열할 때,
 a 끼리 또는 b 끼리 이웃하게 되는 모든 경우의 수를 구하시오. [4점]



(3) 순열과 비교한 조합

⇒ 조합의 의미 및 문제 활용 방향

$${}_n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad \text{vs} \quad {}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

⇒ ${}_n C_r$ 은 순서를 무시한 채 뽑기만 한다.

즉 문제를 풀 때는 이미 순서가 고려되어져 있다.

⇒ ${}_n C_r \times r! = {}_n P_r$ 로 ${}_n P_r$ 을 대체하는 것이 훨씬 좋다.

⇒ ${}_n C_r = {}_{n-1} C_{r-1} + {}_{n-1} C_r$ 을 증명 해보자.



★ 기출 풀어보기

6. 2011학년도 6월 평가원 나형 28번

1개의 본사와 5개의 지사로 이루어진 어느 회사의 본사로부터 각 지사까지의 거리가 표와 같다.

| 지사 | 가 | 나 | 다 | 라 | 마 |
|--------|----|----|-----|-----|-----|
| 거리(km) | 50 | 50 | 100 | 150 | 200 |

본사에서 각 지사에 A, B, C, D, E 를 지사장으로 각각 발령할 때, A 보다 B 가 본사로부터 거리가 먼 지사의 지사장이 되도록 5명을 발령하는 경우의 수는? [4점]

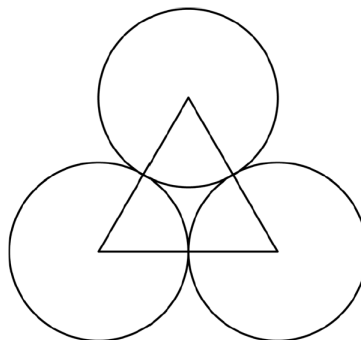
- ① 50 ② 52 ③ 54 ④ 56 ⑤ 58

7. 2011학년도 6월 평가원 나형 23번

A, B 두 사람이 서로 다른 4개의 동아리 중에서 2개씩 가입하려고 한다. A 와 B 가 공통으로 가입하는 동아리가 1개 이하가 되도록 하는 경우의 수를 구하시오. (단, 가입 순서는 고려하지 않는다.)

8. 2012학년도 6월 평가원 가형 15번

그림과 같이 서로 접하고 크기가 같은 원 3개와 이 세원의 중심을 꼭짓점으로 하는 정삼각형이 있다. 원의 내부 또는 정삼각형의 내부에 만들어지는 7개의 영역에 서로 다른 7가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 한 영역에 한 가지 색만을 칠할 때, 색칠한 결과로 나올 수 있는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]



- ① 1260 ② 1680 ③ 2520 ④ 3760 ⑤ 5040



(4) 중복조합

${}_nH_r$: 서로다른 n 개 중에서 중복을 허락하여 r 개를 선택하는 방법.

⇒ 증명과정 _

1) 중복을 허락하는 경우를 허락하지 않는 경우로 바꾸어 증명.

2) 같은 것이 있는 수열의 형태로 바꾸어 증명.

★ 기출 풀어보기

9. [2013학년도 6월 평가원 가형 25번]

방정식 $x+y+z+w=4$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수해의 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수를 구하시오. [3점]

10. [2013학년도 수능 나형 12번]

같은 종류의 주스 4병, 같은 종류의 생수 2병, 우유 1병을 3명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는?
(단, 1병도 받지 못하는 사람이 있을 수 있다. [3점])

- ① 330 ② 315 ③ 300 ④ 285 ⑤ 270



11. [2015학년도 수능 가형 26번]

다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a \times b \times c$ 는 홀수이다.
(나) $a \leq b \leq c \leq 20$

12. [2016학년도 9월 평가원 A형 19번]

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [4점]

(가) $a + b + c + 3d = 10$
(나) $a + b + c \leq 5$

- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

13. [2016학년도 수능 A형 17번]

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d, e 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수는? [4점]

(가) a, b, c, d, e 중에서 0의 개수는 2이다.
(나) $a + b + c + d + e = 10$

- ① 240 ② 280 ③ 320 ④ 360 ⑤ 400



(5) 분할

$P(n, k)$: 자연수 n 을 k 개의 자연수로 분할하는 방법의 수

$S(n, k)$: 원소가 n 개인 집합을 k 개의 부분집합으로 분할하는 방법의 수

⇒ 연습하기

1) $P(10, 3)$

2) $P(9, 5)$

3) $P(8, 5) + P(8, 4)$

4) $S(7, 3)$

5) $S(6, 4)$

6) $S(6, 2) + 3 \times S(6, 3)$



(6) 이항정리

$$(a + b)^n = {}_n C_0 a^n + {}_n C_1 a^{n-1} b + {}_n C_2 a^{n-2} b^2 + \dots + {}_n C_n b^n$$

$$= \sum_{r=0}^n {}_n C_r a^{n-r} b^r$$

위 식만 잘 정리할 줄 알고 적절히 대입하면 되는데,

핵심은 문제의 상황을 얼마나 잘 이해하고, 주어진 **상황해석력** 에 있다.

★ 기출 풀어보기

14. [2010학년도 6월 평가원 나형 23번]

50 이하의 자연수 n 중에서 $\sum_{k=1}^n {}_n C_k$ 의 값이 3의 배수가 되도록 하는 n 의 개수를 구하시오.

15. [2006학년도 수능 나형 30번]

다항식 $2(x+a)^n$ 의 전개식에서 x^{n-1} 의 계수와 다항식 $(x-1)(x+a)^n$ 의 전개식에서 x^{n-1} 의 계수가 같게 되는 모든 순서쌍 (a, n) 에 대하여 an 의 최댓값을 구하시오.

(단, a 는 자연수이고, n 은 $n \geq 2$ 인 자연수이다.)



(7) 수학적 확률이란 ?

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{(사건 } A \text{가 일어나는 경우의 수)}}{\text{(일어날 수 있는 모든 경우의 수)}} : \text{사건 } A \text{가 일어날 확률}$$

결국 확률에서는 **경우의 수**가 핵심 역량이 된다.

(단, 위 각각의 경우의 수가 일어날 수 있는 가능성은 모두 같다는 전제를 둔다.)

⇒ 확률의 성질

- 1) $P(S) = 1, P(\emptyset) = 0$ [S : 전사건 , \emptyset : 공사건]
- 2) $0 \leq P(A) \leq 1$

★ 기출 풀어보기

16. [2011학년도 9월 평가원 나형 22번]

어느 여객선의 좌석이 A구역에 2개, B구역에 1개, C구역에 1개 남아 있다. 남아 있는 좌석을 남자 승객 2명과 여자 승객 2명에게 임의로 배정할 때, 남자 승객 2명이 모두 A구역에 배정될 확률을 p 라 하자. $120p$ 의 값을 구하시오.

17. [2011학년도 수능 나형 17번]

한국, 중국, 일본 학생이 2명씩 있다. 이 6명이 그림과 같이 좌석번호가 지정된 6개의 좌석 중 임의로 1개씩 선택하여 앉을 때, 같은 나라의 두 학생끼리는 좌석 번호의 차가 1 또는 10이 되도록 앉게 될 확률은?

| | | |
|----|----|----|
| 11 | 12 | 13 |
| 21 | 22 | 23 |

- ① $\frac{1}{20}$
- ② $\frac{1}{10}$
- ③ $\frac{3}{20}$
- ④ $\frac{1}{5}$
- ⑤ $\frac{1}{4}$



(8) 확률의 덧셈 정리

합의법칙이 적용된다.

두가지이상의 사건의 확률을 더해주고, 동시에 발생하는 확률을 빼준다.

(포제의 원리 => 경우의 수 킬러문항으로 출제가 가능 (다음 시간에 합시다))

★ 기출 풀어보기

18. 2007학년도 6월 평가원 가형 29번

표본공간 S 는 $S = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$ 이고 모든 근원사건의 확률은 같다. 표본공간 S 의 두 사건 A, B 가 서로 배반사건이고 $0 < P(B) < P(A)$ 가 되도록 두 사건 A, B 를 선택하는 경우의 수는? [4점]

- ① 45 ② 50 ③ 55 ④ 60 ⑤ 65

19. 2007학년도 6월 평가원 가형 29번

다음 좌석표에서 2행 2열 좌석을 제외한 8개의 좌석에 여학생 4명과 남학생 4명을 1명씩 임의로 배정할 때, 적어도 2명의 남학생이 서로 이웃하게 배정될 확률은 p 이다. $70p$ 의 값을 구하시오. (단, 2명이 같은 행의 바로 옆이나 같은 열의 바로 앞뒤에 있을 때 이웃한 것으로 본다.) [4점]

| | | | |
|----|----|----|----|
| | 1열 | 2열 | 3열 |
| 1행 | | | |
| 2행 | | X | |
| 3행 | | | |



(9) 조건부 확률

$$\times P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

사건 A 가 일어났다고 가정할 때, 사건 B 가 일어날 확률

$$\times \text{확률의 곱셈정리} : P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B)$$

$\Rightarrow \frac{n(B)}{n(A)}$ or $\frac{P(B)}{P(A)}$ 가 아닌 이유는 ?

사건 A 가 일어났을 때이므로 그냥 $n(B)$ or $P(B)$ 같은 경우
사건 A 가 일어나지 않은 상황도 포함된다.

\Rightarrow 실질적 연산은 ?

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B) + P(A \cap B^c)}$$

해석 : $P(A)$ 는 사건 A 가 사건 B 와 동시에 일어나거나, 사건 B 가 일어나지 않은 채 발생하는 상황 모두 볼 수 있으며 구하고자 하는 확률은 이 때, 사건 A 가 사건 B 와 동시에 일어날 확률을 의미한다.



★ 기출 풀어보기

20. 2015학년도 수능 나형 16번

두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

일 때, $P(B^C|A)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [4점]

- ① $\frac{11}{24}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{13}{24}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

21. 2016학년도 수능 나형 26번

어느 회사의 직원은 모두 60명이고, 각 직원은 두 개의 부서 A, B 중 한 부서에 속해 있다. 이 회사의 A 부서는 20명, B 부서는 40명의 직원으로 구성되어 있다. 이 회사의 A 부서에 속해 있는 직원의 50%가 여성이다. 이 회사 여성 직원의 60%가 B 부서에 속해 있다. 이 회사의 직원 60명 중에서 임의로 선택한 한 명이 B 부서에 속해 있을 때, 이 직원이 여성일 확률은 p 이다. $80p$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 2016학년도 수능 나형 26번

어느 학교 전체 학생을 대상으로 지난 한 달 동안 컴퓨터를 사용한 시간에 대하여 조사하여, 컴퓨터를 매일 1시간 이상 사용한 집단 A 와 그렇지 않은 집단 B 로 분류하였다. 집단 A 에 속한 학생은 전체 학생의 60%이었고, 이 중에서 70%의 학생이 안경을 착용하고 있었다. 그리고 집단 B 에 속한 학생의 40%가 안경을 착용하고 있는 것으로 나타났다. 이때, 임의로 한 학생을 선택하였더니 안경을 착용하고 있었다. 이 학생이 집단 A 에 속

할 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



(10) 독립과 종속

⇒ 독립 : $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ (단, $P(A) \neq 0$) 이거면 된다.

⇒ 독립과 종속 그리고 배반사건 구분하기

⇒ 독립시행의 확률

매회의 시행에서 사건 A 가 일어날 확률이 p 로 일정할 때, n 회의 독립시행에서 사건 A 가 r 회 일어날 확률은

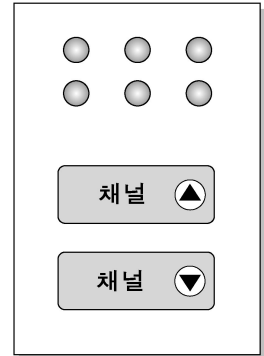
$${}_n C_r p^r (1-p)^{n-r} \quad (r = 0, 1, 2, \dots, n)$$



★ 기출 풀어보기

23. 2007학년도 수능 나형 29번

채널이 1부터 100까지 설정된 텔레비전이 있다. 이 텔레비전의 리모콘의 일부는 오른쪽 그림과 같고, 현재 켜져 있는 채널은 50이다. 채널증가 버튼 **채널 ▲**과 채널감소 버튼 **채널 ▼** 두 개 중 한 번에 한 개의 버튼을 임의로 여섯 번 누를 때, 채널이 다시 50이 될 확률은? (단, 버튼을 한 번 누르면 채널은 1씩 변한다.)



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

24. 2007학년도 수능 나형 28번

3개의 동전을 동시에 던질 때, 앞면이 나오는 동전이 1개 이하인 사건을 A , 동전 3개가 모두 같은 면이 나오는 사건을 B 라 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

[보 기]

ㄱ. $P(A) = \frac{1}{2}$ ㄴ. $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$

ㄷ. 사건 A 와 사건 B 는 서로 독립이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



경우의 수 & 확통 과제 (150제)

매주 50개 이상 풀어볼 것
문제들은

올해 (2017학년도) EBS 수능특강과
기출들로 이루어져있습니다.
수능완성은 정리 후에 Orbi 홈페이지
올라갈 예정입니다.

틀렸을 경우 왜 오답인지
아예 풀지 못했을 경우 문제 상황을
어떻게 이해해 나가야 하는지
고민하며 풀기를 바랍니다.