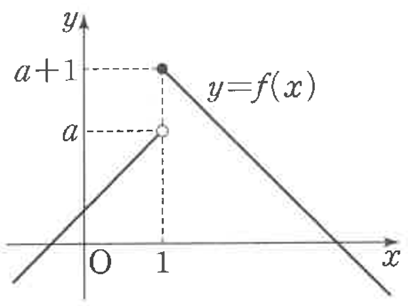
1. 함수의 극한

함수의 극한 (p. 05)

예제

1. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음과 같다.



$3\lim\limits_{x\to1+}f(x)-\lim\limits_{x\to1-}f(x)=6$일 때, 양수 a의 값은?

① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{4}$ ④ 2 ⑤ $\frac{9}{4}$

유제

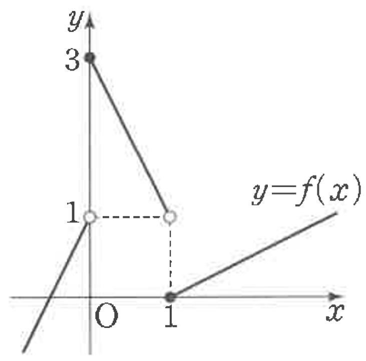
2. 함수 $f(x)=\begin{cases}-x & (x<a)\\ x & (x\geq a)\end{cases}$ 에 대하여

$$\lim_{x\to a-}f(x)=\lim_{x\to a+1}f(x)+3$$

일 때, 상수 a의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

3. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x\to0-}f(x)+\lim\limits_{x\to0+}f(x+1)$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

함수의 극한에 대한 성질 (p. 07)

예제

4. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x-1}=3,\ \lim_{x\to1}\frac{f(x)-g(x)}{f(x)}=\frac{5}{3}$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x\to1}\frac{g(x)}{x-1}$의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

유제

5. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\lim_{x\to1}(x+1)f(x)=1,\ \lim_{x\to1}\frac{g(x)}{2x+1}=\frac{1}{9}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{f(x)+g(x)}$의 값은?

① $\frac{1}{5}$　② $\frac{2}{5}$　③ $\frac{3}{5}$　④ $\frac{4}{5}$　⑤ 1

6. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\lim_{x\to1}\{f(x)-g(x)\}=-\frac{7}{6},\ \lim_{x\to}f(x)g(x)=-\frac{1}{3}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x\to1}\left\{\frac{1}{f(x)+g(x)}\right\}^2$의 값을 구하시오.

함수의 극한값의 계산 (p. 09)

예제

7. $\lim_{x \to 2} \dfrac{\sqrt{x+2}+x-4}{x^2-4}$ 의 값은?

① $\dfrac{1}{16}$ ② $\dfrac{1}{8}$ ③ $\dfrac{3}{16}$ ④ $\dfrac{1}{4}$ ⑤ $\dfrac{5}{16}$

유제

8. $\lim_{x \to -1} \dfrac{x^3+3x^2+5x+3}{x+1}$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(a, 2a-1)$, $\mathrm{B}(a+1, 2a)$에 대하여 선분 OA의 길이를 $f(a)$, 선분 AB의 길이를 $g(a)$라 하자. $\lim_{a \to 1} \dfrac{f(a)-g(a)}{a-1}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)

① $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

미정계수의 결정 (p. 11)

예제

10. $\lim_{x\to a}\frac{(x+b)^2-a^2}{x^2-a^2}=c$일 때, $\frac{b}{a}+c$의 값은?

(단, a, b는 0이 아닌 실수이고, c는 상수이다.)

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

유제

11. $\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{x+a}-2}{x+1}=b$일 때, $a+b$의 값은?

(단, a, b는 상수이다.)

① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{23}{4}$ ④ 6 ⑤ $\frac{25}{4}$

12. $\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{(ax)^2+ax-2}=b$를 만족시키는 두 양수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

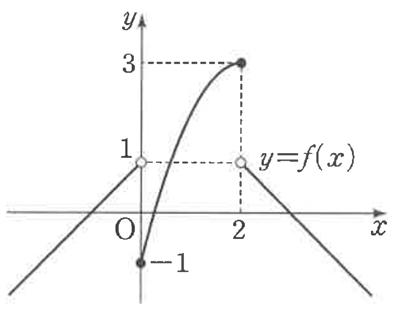
① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

Level 1. 기초연습 (p. 12~13)

1. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2-4}{x^2-5x+6}$ 의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

2. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x \to 0+}(2x+3)f(x)+\lim\limits_{x \to 2-}\dfrac{f(x)}{x^2-2}$ 의 값은?

① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{5}{4}$ ③ -1 ④ $-\frac{3}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

3. 함수 $f(x)=\begin{cases} 2x+8 & (x \le -1) \\ x^2+2 & (x > -1) \end{cases}$ 에 대하여 $\lim\limits_{x \to a+} f(x)=6$을 만족시키는 상수 a의 값을 구하시오.

4. 함수 $f(x)$에 대하여 $\lim\limits_{x \to 2}(x^2-x-2)f(x)=4$일 때, $\lim\limits_{x \to 2}(x^2-3x+2)f(x)$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

5. $\lim_{x \to a} \frac{1}{x^2 - 5ax + 4a^2} \left(\frac{a}{x} - 1 \right) = \frac{1}{30}$ 을 만족시키는 실수 a에 대하여 a^2의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

6. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x \to 1} \frac{f(x)}{(x-1)^2} = 3$일 때, $f(2)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. $\lim_{x \to 2} \frac{x-2}{\sqrt{3x+a} - x} = b$일 때, ab의 값은? (단, a, b는 상수이고, $b \neq 0$이다.)

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

8. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$2x^2 - 1 \le f(x) - g(x) \le 2x^2 + 1,$$
$$3x^2 - 1 \le f(x) + g(x) \le 3x^2 + 1$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{4x^2 + 1}$ 의 값은?

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

Level 2. 기본연습 (p. 14~15)

1. $x>0$에서 정의된 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\sum_{k=1}^{6}\frac{1}{(x+k-1)(x+k)}$$

일 때, $\lim_{x\to\infty}(3x^2-1)f(x)$의 값은?

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

2. $\lim_{x\to2}\frac{|x-2|(x^2+ax+3)}{x^2-x-2}=b$를 만족시키는 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① $-\frac{9}{2}$ ② $-\frac{7}{2}$ ③ $-\frac{5}{2}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

3. $\lim_{x\to1}\frac{x-1}{\sqrt{ax+b}-3}=c$를 만족시키는 세 자연수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 최댓값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

4. 함수 $f(x)=x^2-2x-3$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x)+1 & (f(x)\geq 0) \\ -f(x)-2 & (f(x)<0) \end{cases}$$

이라 하자. $\lim_{x\to-1+}g(x)+\lim_{x\to3+}g(x)$의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

5. 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f\left(\frac{5}{2}\right)$의 값을 구하시오.

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{4x^2-1}=\frac{1}{2}$

(나) $\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{4x^2-1}{f(x)}=\frac{1}{3}$

6. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(-3)$의 값을 구하시오.

(가) 집합 $\{-1, 1, 2\}$의 모든 원소 a에 대하여

$\lim_{x\to a}\frac{xf(x)-2a}{x-a}$ 의 값이 존재한다.

(나) $\lim_{x\to 3}\frac{x-1}{f(x)}=-1$

7. 일차함수 $f(x)$와 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\frac{f(3)}{g(0)}$ 의 값은?

(가) $\left\{a \,\middle|\, \lim_{x\to a}g(x)=0\right\}=\{-1\}$

(나) $\left\{b \,\middle|\, \lim_{x\to b}\frac{1}{g(x)-f(x)}\text{의값이존재하지않는다.}\right\}=\{-2, 1\}$

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

8. 좌표평면에서 함수 $f(x)=x^2+1(x\ge 0)$의 역함수의 그래프와 실수 $t(t>1)$에 대하여 직선 $y=-x+t$가 만나는 점을 A라 하자. 두 점 B$(1, 0)$, C$(t, 0)$에 대하여 삼각형 ABC의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $\lim_{t\to 1+}\frac{S(t)}{(t-1)^2}$ 의 값은?

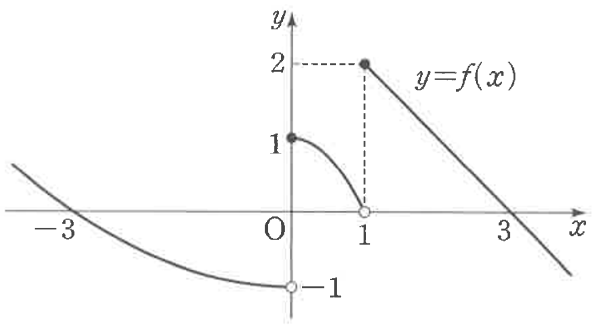
① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

Level 3. 실력완성 (p. 16)

1. 함수

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{9}(x+3)(x-3) & (x<0) \\ (x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma) & (0 \le x < 1) \\ -x+3 & (x \ge 1) \end{cases}$$

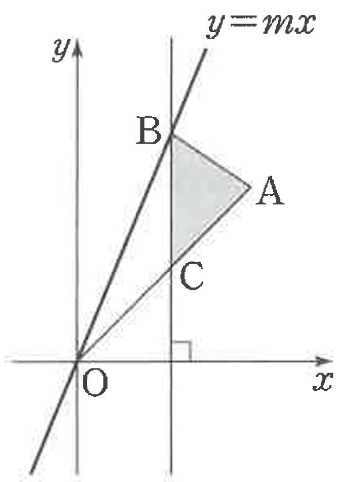
의 그래프가 그림과 같고, 함수 $g(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이다. $-3<a<3$인 모든 실수 a에 대하여 $\lim_{x \to a} \frac{g(x)}{f(x)}$의 값이 존재할 때, $g(3)$의 값을 구하시오.
(단, α, β, γ는 서로 다른 상수이다.)



2. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

> (가) 모든 실수 a에 대하여 $\lim_{x \to a} \frac{f(x)+f(-x)}{x-a}$의 값이 존재한다.
>
> (나) $\lim_{x \to 1} \frac{f(x)+2}{x-1}=4$

3. 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $A(4,\ 4)$와 실수 $m(m>1)$에 대하여 직선 $y=mx$ 위의 점 B가 $\overline{OA}=\overline{OB}$를 만족시키고, 점 B를 지나며 x축에 수직인 직선이 선분 OA와 만나는 점을 C라 하자. 삼각형 ABC의 넓이를 $S(m)$이라 할 때, $\lim_{m\to1+}\frac{S(m)}{(m-1)^2}$의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이고, 점 B의 x좌표는 0보다 크다.)



함수의 연속 (p. 19)

예제

1. 함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3+ax+b}{(x+1)(x-2)} & (x \neq -1,\ x \neq 2) \\ cx^2+d & (x=-1 \text{ 또는 } x=2) \end{cases}$ 가

$x=-1$과 $x=2$에서 모두 연속일 때, $ab+cd$의 값을 구하시오.
(단, a, b, c, d는 상수이다.)

유제

2. 함수 $f(x)=\begin{cases} 2x^2-ax & (x<-1) \\ ax-4 & (x \geq 1) \end{cases}$ 이 $x=-1$에서 연속일 때,

상수 a의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

3. 함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+2|x|}{|x|} & (x \neq 0) \\ a & (x=0) \end{cases}$ 이 $x=0$에서 연속일 때,

상수 a의 값을 구하시오.

연속함수의 성질 (p. 21)

예제

4. 두 함수 $f(x)=x^3+ax$, $g(x)=\begin{cases} (ax)^2+ax & (x<2) \\ 2x-3 & (x \geq 2) \end{cases}$ 에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 $x=2$에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은?

① -5 ② $-\frac{9}{2}$ ③ -4 ④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ -3

유제

5. 두 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2-3x+4 & (x<1) \\ 3 & (x \geq 1) \end{cases}$, $g(x)=2x+a$에 대하여 함수 $\frac{g(x)}{f(x)}$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

6. 함수 $f(x)=\begin{cases} ax^2-3 & (|x| \leq 2) \\ -x+3a & (|x|>2) \end{cases}$에 대하여 함수 $f(x)f(-x)$가 $x=2$에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은?

① $\frac{18}{7}$ ② $\frac{20}{7}$ ③ $\frac{22}{7}$ ④ $\frac{24}{7}$ ⑤ $\frac{26}{7}$

사잇값의 정리 (p. 23)

예제

7. 직선 $y=x+1$과 곡선 $y=x^3+3x$가 오직 하나의 점에서 만난다. 이 만나는 점의 x좌표를 a라 할 때, 다음 열린구간 중 a가 속하는 구간은?

① $(-3,\ -2)$　② $(-2,\ -1)$　③ $(-1,\ 0)$
④ $(0,\ 1)$　⑤ $(1,\ 2)$

유제

8. 역함수를 갖는 함수 $f(x)=2x^3+3x+k$에 대하여 방정식 $f(x)=0$은 오직 하나의 실근 α를 갖는다. α가 열린구간 $(-1,\ 2)$에 속하도록 하는 정수 k의 개수는?

① 24　② 25　③ 26　④ 27　⑤ 28

9. 함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{(x+1)(x-4)} & (x \neq -1,\ x \neq 4) \\ 1 & (x=-1 \text{ 또는 } x=4) \end{cases}$ 가

닫힌구간 $[a-1,\ a+1]$에서 최댓값과 최솟값을 모두 갖도록 하는 정수 $a(-10<a<10)$의 개수를 구하시오.

Level 1. 기초연습 (p. 24~25)

1. 함수 $f(x)=\begin{cases} 3x+a & (x\neq -2) \\ 4 & (x=-2) \end{cases}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은?

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

2. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 3}(4x-2)f(x)=8$$

을 만족시킬 때, $f(3)$의 값은?

① $\frac{1}{5}$　② $\frac{2}{5}$　③ $\frac{3}{5}$　④ $\frac{4}{5}$　⑤ 1

3. 함수 $f(x)=\dfrac{1}{x^2+ax+b}$이 $x=-2$와 $x=1$에서 불연속일 때, $\lim_{x\to 1}(x^2+a+b)f(x)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① $\frac{1}{3}$　② $\frac{2}{3}$　③ 1　④ $\frac{4}{3}$　⑤ $\frac{5}{3}$

4. 함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+4x-5}{\sqrt{x+3}-2} & (x\neq 1) \\ a & (x=1) \end{cases}$ 이 $x=1$에서 연속일 때, 상수 a의 값은?

① 21　② 22　③ 23　④ 24　⑤ 25

5. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$(x-2)f(x)=x^3-x^2-x-2$$

를 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

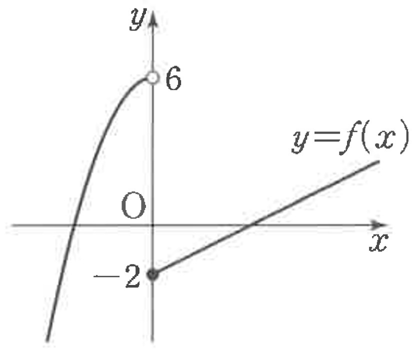
6. 함수 $f(x)=\begin{cases} 3x+a & (x<1) \\ x^2-3 & (x \ge 1) \end{cases}$ 에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은?

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

7. 두 함수 $f(x)=\begin{cases} x+a & (x<-1) \\ 2x-1 & (x \ge -1) \end{cases}$, $g(x)=x^2+2x+a$에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



함수 $\{3f(x)-2\}\{f(x)-a\}$가 $x=0$에서 연속일 때, 상수 a의 값은?

① 2 ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

Level 2. 기본연습 (p. 26~27)

1. 두 함수

$$f(x)=\begin{cases} -x+a & (x<-1) \\ 2x+3 & (x\geq -1)\end{cases},\quad g(x)=\begin{cases} x+3 & (x<-1) \\ 3x+a & (x\geq -1)\end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 $x=-1$에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값은?

① -5　② -4　③ -3　④ -2　⑤ -1

2. 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 $x=-2$에서 연속이다. (나) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$이다.

$\lim_{x\to -2-} f(x)=4\lim_{x\to 2+} f(x)-18$일 때, $\lim_{x\to 2-} f(x)$의 값은?

① 4　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

3. 두 실수 a, b $(a>0)$에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} -5x-6 & (x<0) \\ a-b & (x=0) \\ x+2 & (x>0)\end{cases}$$

일 때, 함수 $\{f(x)\}^2+bf(x)$는 $x=0$에서 연속이다. ab의 값을 구하시오.

4. 함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{b^2+1}{x^2+ax+4} & (x\neq 0) \\ \dfrac{|b|}{2} & (x=0)\end{cases}$이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 두 정수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수는?

① 12　② 14　③ 16　④ 18　⑤ 20

5. 함수 $f(x)=\begin{cases} x+a & (x<c \text{ 또는 } x>c+3) \\ x^2-4x+b & (c \le x \le c+3) \end{cases}$ 이

다음 조건을 만족시킬 때, $a+b+c$의 값을 구하시오.
(단, a, b, c는 상수이다.)

(가) 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다. (나) $x>0$에서 함수 $f(x)$의 최솟값은 6이다.

6. 실수 t에 대하여 곡선 $y=x^2-2x+2$와 직선 $y=-2tx+1$의 교점의 개수를 $f(t)$라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $\lim_{t \to 0-} f(t)=2$
ㄴ. $m \ge 1$이면 직선 $y=mt$와 함수 $y=f(x)$의 그래프는 만나지 않는다.
ㄷ. 함수 $(t^2-2t)f(t)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Level 3. 실력완성 (p. 28)

1. 구간 $[1, \infty)$에서 정의된 함수 $f(x)$와 $a_6=8$인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 k에 대하여

$$f(x)=(ka_k+1)x+k(k+1) \quad (k \le x < k+1)$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$가 구간 $[1, \infty)$에서 연속일 때, $\sum_{n=1}^{5} a_n$의 값을 구하시오.

2. 함수

$$f(x)=\begin{cases} -2 & (x<-1) \\ x^2+ax+b & (-1\le x\le 2) \\ 2 & (x>2) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 실수 a, b $(a<b)$에 대하여 $9ab$의 값을 구하시오.

(가) 함수 $\lvert f(x)\rvert$가 실수 전체의 집합에서 연속이다. (나) 함수 $f(x)$의 최솟값이 -2보다 작다.

3. 실수 t와 함수 $f(x)=\begin{cases} x-3 & (x<-1) \\ (x+1)(x-3) & (x\ge -1) \end{cases}$ 에 대하여

x에 대한 방정식 $f(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수를 n이라 할 때, 함수 $g(t)$는 다음과 같이 정의한다.

$n=1$일 때, x에 대한 방정식 $f(x)=t$의 해가 $x=\alpha$이면 $g(t)=\alpha$이다. $n\ge 2$일 때, $g(t)$는 x에 대한 방정식 $f(x)=t$의 서로 다른 모든 실근의 합이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $\lim\limits_{t\to 0-} g(t)=2$

ㄴ. $\lim\limits_{t\to 5}\dfrac{g(-t)+2}{g(t)-4}=6$

ㄷ. 함수 $(\lvert t+2\rvert-2)g(t)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

미분계수 (p. 31)

예제

1. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x \to 2} \frac{3f(x)-1}{x-2} = 6$일 때,

$\lim_{h \to 0} \frac{f(2+3h)-2f(2)-1}{h}$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

유제

2. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x \to 1} \frac{f(x)-2}{x^2-1} = 3f(1)$일 때,

$f(1)+f'(1)$의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

3. 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때,

$\lim_{x \to -2} \frac{f(x)-f(-2)}{x^2+5x+6}$의 값을 구하시오.

(가) x의 값이 -2에서 1까지 변할 때의 함수 $y=f(x)$의 평균변화율과 $x=-2$에서의 미분계수가 서로 같다.

(나) $\lim_{h \to 0} \frac{f(-2-h)-(1-h)f(-2)}{h} = f(1)-60$

미분가능과 연속 (p. 33)

예제

4. 함수 $f(x)=\begin{cases} ax+2 & (x<1) \\ bx^2+x+3 & (x\geq 1) \end{cases}$ 이 $x=1$ 에서 미분가능할 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

유제

5. 함수 $f(x)=\begin{cases} (ax-3)(x+a) & (x<1) \\ 4ax+4 & (x\geq 1) \end{cases}$ 이 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, 상수 a의 값은?

① -1 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

도함수 (p. 35)

예제

6. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+3h)-f(x)}{h}=6x^2+ax$$

를 만족시키고, $f'(1)=3$이다. $f'(2)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

유제

7. 다항함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 $(x, f(x))$에서의 접선의 기울기가 $3x^2+4x-1$일 때, $\lim_{h\to 0}\frac{f(-1+2h)-f(-1)}{h}$의 값은?

① -2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ -10

8. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(h)f(x+h)-f(h)f(x)}{h^2}=2x^3+4$$

를 만족시킨다. $f(0)=0$, $f'(0)=2$일 때, $f'(3)$의 값을 구하시오.

미분법 (p. 37)

예제

9. 다항함수 $f(x)$가 $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)+3}{x-1}=7$을 만족시킨다.

함수 $g(x)=x^2f(x)$에 대하여, $g'(1)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

유제

10. 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=(3x-1)f(x)$$

라 하자. $f(2)=1$, $f'(2)=4$일 때, $g'(2)$의 값을 구하시오.

11. 일차함수 $f(x)$와 다항함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(x)-g(x)}{x}=0$
(나) $f(x)+g(x)=x^2-6x+12$

$f(5)\times f'(5)$의 값을 구하시오.

Level 1. 기초연습 (p. 38~39)

1. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)+1}{h}=3$일 때, $f(2)+f'(2)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x)=x^3+ax^2$에 대하여 x의 값이 1에서 3까지 변할 때의 함수 $y=f(x)$의 평균변화율과 $x=1$에서의 미분계수가 서로 같을 때, 상수 a의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

3. 함수 $f(x)=\begin{cases} x+a & (x\le 1) \\ bx^2+1 & (x>1) \end{cases}$ 이 $x=1$에서 미분가능할 때, ab의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

4. 함수 $f(x)=3x^3+2x^2+ax$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$에서의 접선이 x축과 평행할 때, 상수 a의 값은?

① -8 ② -7 ③ -6 ④ -5 ⑤ -4

5. 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=(x^2+1)f(x)$$

라 하자. $f(1)+f'(1)=3$일 때, $g'(1)$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

6. 함수 $f(x)=x^2+ax$에 대하여 $\lim_{x\to1}\frac{xf'(x)}{x-1}=b$일 때, ab의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① -4 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 4

7. 함수 $f(x)=x^3+3x^2-x$에 대하여 $f'(-1)$, $f'(0)$, $f'(k)$의 값이 이 순서대로 등차수열을 이루도록 하는 모든 실수 k의 값의 합은?

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

8. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to3}\frac{f(x)-5}{x-3}=\lim_{h\to0}\frac{f(1-h)-f(1)}{h}$$

을 만족시킬 때, $f(-2)$의 값을 구하시오.

Level 2. 기본연습 (p. 40~41)

1. 다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(2-h)-f(2)}{h}=f(2)-5,$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{(3-x)f(x)-f(2)}{x-2}=-1$$

을 만족시킬 때, $f(2)\times f'(2)$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. 함수 $f(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고, 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$에서의 접선의 기울기를 함수 $g(t)$라 하자.

$$\left\{x \middle| \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=2\right\}=\{-3, 4\}$$

일 때, $g(-2)$의 값은?

① -20 ② -19 ③ -18 ④ -17 ⑤ -16

3. 상수항이 0인 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\dfrac{f(-1)}{k}$의 값은? (단, k는 0이 아닌 상수이다.)

(가) 자연수 n에 대하여 x의 값이 n에서 $n+1$까지 변할 때의 함수 $y=f(x)$의 평균변화율을 $g(n)$이라 하면 $\displaystyle\sum_{n=1}^{9}g(n)=9$이다.

(나) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(10+h)+k}{h}=-\frac{k}{2}$

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

4. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값은? (단, a는 0이 아닌 실수이다.)

(가) $\{x \mid f(x)=3\}=\{-a, a, 2a\}$
(나) $f(0)>0$, $f'(1)=-2$

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

5. 함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+ax^2+b$와 실수 h에 대하여 함수 $g(h)$를

$g(h)=\sum_{k=1}^{6}f(k+h)$라 하자. $\lim_{h\to 0}\frac{g(h)-26}{h}=49$일 때, $a-b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<1) \\ f(x+1)-f(x) & (x\ge 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $g(x)$가 $x=1$에서 미분가능할 때, $f(2)$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 함수

$$f(x)=\begin{cases} |x-1| & (x<a) \\ -x^2+bx+b-5 & (x\ge a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 두 상수 a, b에 대하여 $a+b=p+q\sqrt{2}$이다. $|p+q|$의 값을 구하시오.
(단, p, q는 정수이다.)

Level 3. 실력완성 (p. 42)

1. 함수 $f(x)=x^4+ax^2+bx$가 다음 조건을 만족시킬 때,

$\lim_{x\to\infty} x\left\{f\left(\frac{1-2x}{x}\right)+f\left(\frac{2-2x}{x}\right)\right\}$의 값은?

> (가) x의 값이 -1에서 2까지 변할 때의
> 함수 $y=f(x)$의 평균변화율은 $2f'(0)$이다.
>
> (나) $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x^2-4}=\frac{11}{2}$

① -54 ② -48 ③ -42
④ -36 ⑤ -30

2. 두 함수

$$f(x)=\begin{cases} -4x-2 & (x\le -1) \\ ax^2+bx-1 & (-1<x<2) \\ 2x+c & (x\ge 2) \end{cases},$$

$$g(x)=-x^2+4ax+b-c$$

에 대하여 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)g(x)+12}{x-1}$의 값은? (단, a, b, c는 상수이다.)

① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

3. 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^3}=2$
>
> (나) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-2}{x}=24$

함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=2$는 서로 다른 세 점 A, B, C에서 만나고 점 B는 선분 AC를 $1:2$로 내분하는 점일 때, $f(1)$의 최댓값을 구하시오.
(단, 원점 O에 대하여 $\overline{\mathrm{OA}}<\overline{\mathrm{OB}}<\overline{\mathrm{OC}}$이다.)

곡선 위의 점에서의 접선의 방정식 (p. 45)

예제

1. 곡선 $y=x^3-2x^2+1$ 위의 점 $(2, 1)$에서의 접선이 점 $(5, a)$를 지날 때, a의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

유제

2. 함수 $f(x)=x^4+ax+4$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$에서의 접선의 방정식이 $y=-2x+b$일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

3. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$에서의 접선과 곡선 $y=xf(x)$ 위의 점 $(-2, 0)$에서의 접선이 서로 평행할 때, $f(1)$의 값을 구하시오.

평균값 정리 (p. 47)

예제

4. 다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(2)$의 최댓값을 구하시오.

> (가) $f(-1)=1$
> (나) $-1<x<2$인 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)\leq 4$이다.

유제

5. 함수 $f(x)=x^3-4x^2+4x+1$에 대하여 닫힌구간 $[0, 3]$에서 평균값 정리를 만족시키는 실수 c의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $9(M-m)^2$의 값을 구하시오.

6. 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2+4x & (x\leq 0) \\ -3x^2+4x & (x>0) \end{cases}$에 대하여

$\dfrac{f(a)-f(-2)}{a+2}=f'(c)$를 만족시키고 열린구간 $(-2, a)$에 속하는 상수 c의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 범위는 $p<a<q$이다. $3(p+q)^2$의 값을 구하시오. (단, $a>-2$)

함수의 증가와 감소 (p. 49)

예제

7. 함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-ax^2+3ax$가 열린구간 $(-1, 2)$에서 증가하도록 하는 정수 a의 개수는?

① 4　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

유제

8. 함수 $f(x)=x^3+ax^2+\left(2a+\frac{7}{3}\right)x-5$가 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 정수 a의 개수는?

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

9. 함수 $f(x)=-x^3+ax^2-ax+1$의 역함수가 존재하도록 하는 정수 a의 최댓값을 구하시오.

함수의 극대와 극소 (p. 51)

예제

10. 함수 $f(x)=2x^3+ax^2-12x+7$이 $x=b$와 $x=1-b$에서 극값을 갖고 $ab>0$일 때, $a+b$의 값은?
(단, a, b는 상수이다.)

① -4 ② -5 ③ -6 ④ -7 ⑤ -8

유제

11. 함수 $f(x)=-\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3+2x^2+ax$가 $x=2$에서 극대일 때, 함수 $f(x)$의 극솟값은? (단, a는 상수이다.)

① $-\frac{19}{12}$ ② $-\frac{7}{4}$ ③ $-\frac{23}{12}$ ④ $-\frac{25}{12}$ ⑤ $-\frac{9}{4}$

12. 함수 $f(x)=x^3+ax^2-a^2x-2$가 $x=1$에서 극값을 갖고 $f(-a)>0$일 때, 함수 $f(x)$의 극댓값은? (단, a는 상수이다.)

① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

Level 1. 기초연습 (p. 52~53)

1. 곡선 $y=x^4-4x^2+x+1$ 위의 점 $(1,\ -1)$에서의 접선의 방정식이 $y=ax+b$일 때, $a-b$의 값은?
(단, a, b는 상수이다.)

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

2. 곡선 $y=-x^3-ax^2+3x+b$ 위의 점 $(1,\ 1)$에서의 접선과 수직인 직선의 기울기가 $-\dfrac{1}{4}$일 때, ab의 값은?
(단, a, b는 상수이다.)

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

3. 원점에서 곡선 $y=x^3-9x+16$에 그은 접선이 이 곡선과 만나는 서로 다른 두 점의 x좌표를 각각 x_1, x_2라 할 때, $|x_1-x_2|$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

4. 곡선 $y=-x^4+2x^3+1$ 위의 점 $\mathrm{A}(1,\ 2)$에서의 접선과 곡선 $y=x^2-2x+4$가 점 B에서 접할 때, $\overline{\mathrm{AB}}=k$이다. k^2의 값을 구하시오.

5. $a>3$인 실수 a와 함수 $f(x)=x^3-2x^2$에 대하여 닫힌구간 $[0,\ a]$에서 평균값 정리를 만족시키는 상수 c의 값이 3일 때, $f'(a)$의 값을 구하시오.

6. 함수 $f(x)=-2x^3+ax^2-5ax+5$가 실수 전체의 집합에서 감소하도록 하는 실수 a의 최댓값은?

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

7. 함수 $f(x)=x^3+ax^2+(2a^2-10a)x+5$가 극값을 갖도록 하는 정수 a의 개수는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

8. 함수 $f(x)=x^3-6x^2-15x+a$는 $x=b$에서 극댓값 12를 갖는다. $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

Level 2. 기본연습 (p. 54~55)

1. 함수 $f(x)=2x^3-ax^2+2x$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선과 수직이고 곡선 $y=f(x)$ 에 접하는 직선이 존재하도록 하는 자연수 a 의 최솟값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

2. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^3}=\frac{1}{3},\ \lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{(x-2)^2}=2$$

를 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$ 에서의 접선이 점 $(1, a)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $f(x)=x^3+ax^2-a^2x$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 y 절편을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 의 극댓값이 $\frac{64}{27}$ 일 때, $f(a)$ 의 값은? (단, a 는 0이 아닌 실수이다.)

① -64 ② -56 ③ -48
④ -40 ⑤ -32

4. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(0)=f'(2)=-24$ 이고 $f(x)$ 의 극댓값이 15일 때, $f(-1)$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

5. 양수 α에 대하여 함수 $f(x)=x^3+ax^2-9x+b$는 $x=-3\alpha$와 $x=\alpha$에서 극값을 갖고, 함수 $f(x)$의 극솟값은 -4이다. 함수 $f(x)$에 대하여 닫힌구간 $[-3\alpha, \alpha]$에서 평균값 정리를 만족시키는 실수 c의 최댓값은? (단, a, b는 상수이다.)

① $\frac{-3+\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{-2+\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{-3+2\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{-2+2\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{-2+3\sqrt{3}}{3}$

6. 함수 $f(x)=\frac{1}{4}x^4-2x^3+ax^2+bx$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(1)$의 최솟값은? (단, a, b는 실수이다.)

(가) 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극값을 갖는다.
(나) 함수 $f(x)$는 구간 $(0, \infty)$에서 증가한다.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$의 값을 구하시오.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이다.
(나) 함수 $f(x)$의 극댓값은 $\frac{1}{4}$이다.

8. 함수 $f(x)=x^3-ax^2+4x+2$는 $x=2$에서 극소이다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{A}(2, f(2))$에서의 접선과 곡선 $y=f(x)$가 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 B에서의 접선과 x축이 만나는 점을 C라 하자. 사각형 OABC의 넓이는? (단, O는 원점이고, a는 상수이다.)

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

Level 3. 실력완성 (p. 56)

1. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$f(x)g(x)=x^4+x^3-4x^2-4x$$

이고,

$$\lim_{x\to1}\frac{f(x)+1}{x-1}=\frac{g(1)}{12}$$

일 때, 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(1, g(1))$에서의 접선의 방정식은 $y=ax+b$이다. $a-b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

2. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$의 극솟값을 구하시오.

(가) 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=9x$가 만나는 점의 개수는 2이다. (나) 함수 $f(x)$는 $x=3$에서 극대이고, $f(0)=0$이다.

3. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1인 일차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(-1)=0$이고 함수 $\lvert f(x) \rvert$는 $x=\alpha(\alpha>-1)$에서만 미분가능하지 않다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)g(x) \geq 0$이고 함수 $f(x)g(x)$의 극댓값은 81이다.

집합 $A=\{a \mid$ 함수 $f(x)g(x)$는 $x=a$에서 극값을 갖는다.$\}$ 일 때, 집합 A의 모든 원소의 합은? (단, α, a는 상수이다.)

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

함수의 최댓값과 최솟값 (p. 59)

예제

1. 상수 a에 대하여 $f(x)=x^3-3x^2-9x+a$가 닫힌구간 $[-2,\ 1]$에서 최댓값 13, 최솟값 m을 갖는다. $a+m$의 값은?

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

유제

2. 함수 $f(x)=-2x^3+9x^2-6$이 닫힌구간 $[-1,\ 4]$에서 최댓값 M, 최솟값 m을 가질 때, $M+m$의 값은?

① 14　② 15　③ 16　④ 17　⑤ 18

3. 상수 a에 대하여 함수 $f(x)=3x^4-4x^3+a$의 극솟값이 2이다. 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[-1,\ 1]$에서 최댓값 M을 가질 때, aM의 값을 구하시오.

방정식에의 활용 (p. 61)

예제

4. 방정식 $x^4-4x^3-2x^2+12x+k=0$의 서로 다른 양의 실근의 개수가 3이 되도록 하는 정수 k의 개수를 구하시오.

유제

5. 곡선 $y=x^3+3x^2+5x-1$과 직선 $y=5x+k$가 만나는 점의 개수가 3이 되도록 하는 정수 k의 개수는?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

6. 방정식 $x^3-6x^2+9x-k=0$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 모든 정수 k의 값의 합을 구하시오.

부등식에의 활용 (p. 63)

예제

7. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $\frac{1}{2}x^4 - \frac{4}{3}x^3 - x^2 + 4x + a > 0$이 성립하도록 하는 정수 a의 최솟값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

유제

8. $x > 0$인 모든 실수 x에 대하여 부등식 $x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 15 > a$가 성립하도록 하는 자연수 a의 개수는?

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

9. 두 함수 $f(x) = x^3 - x^2 + 3x + 5$, $g(x) = 4x + k$가 있다. $x > 0$인 모든 실수 x에 대하여 부등식 $f(x) \geq g(x)$가 성립하도록 하는 실수 k의 최댓값을 구하시오.

속도와 가속도 (p. 65)

예제

10. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$에서의 위치 x가

$$x=-2t^3+kt^2 \ (k\text{는 상수})$$

이다. 시각 $t=1$에서 점 P가 운동 방향을 바꿀 때, 시각 $t=1$에서의 점 P의 가속도는?

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

유제

11. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t>0)$에서의 위치 x가

$$x=\frac{1}{3}t^3+2t^2-5t$$

이다. 점 P의 속도가 16인 순간 점 P의 위치는?

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

12. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t>0)$에서의 위치를 각각 x_1, x_2라 하면

$$x_1=t^3-5t^2,\ x_2=-2t^2+10t$$

이다. 두 점 P, Q가 만나는 순간 두 점 P, Q의 속도를 각각 p, q라 할 때, $p-q$의 값을 구하시오.

Level 1. 기초연습 (p. 66~67)

1. 닫힌구간 $[0, 3]$에서 함수 $f(x) = -2x^3 + 6x^2 + 1$의 최댓값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2. 닫힌구간 $[-1, 2]$에서 함수 $f(x) = x^4 + 2x^2 - 8x + a$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M + m = 16$일 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 방정식 $-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 5x + k = 0$의 서로 다른 음의 실근의 개수가 2가 되도록 하는 정수 k의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 함수 $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 10$의 그래프와 직선 $y = k$가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 모든 실수 k의 값의 합은?

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

5. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $x^4-4x^3-a^2+9a+37>0$이 성립하도록 하는 정수 a의 개수는?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

6. $x>a$인 모든 실수 x에 대하여 부등식 $x^3-5x^2+3x+9>0$이 성립하도록 하는 정수 a의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t>0)$에서의 위치 x가

$$x=\frac{1}{3}t^3-4t^2+6t$$

이다. 점 P의 가속도가 0인 순간 점 P의 속도는?

① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

8. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t>0)$에서의 위치를 각각 x_1, x_2라 하면

$$x_1=t^3-3t^2,\ x_2=-\frac{5}{2}t^2+10t$$

이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리는?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

Level 2. 기본연습 (p. 68~69)

1. 함수 $f(x)=-x^3+6x^2$ 은 $x=p$ 에서 극값을 갖는다. 실수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(t, f(t))$ 에서의 접선의 y 절편을 $g(t)$ 라 할 때, 닫힌구간 $\left[-\frac{p}{2}, \frac{p}{2}\right]$ 에서 함수 $g(t)$ 의 최솟값은? (단, p 는 양수이다.)

① -8　② -16　③ -24　④ -32　⑤ -40

2. 최고차항의 계수가 2 인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은?

> (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x)=-f(x)$ 이다.
> (나) 함수 $y=|f(x)|$ 의 그래프와 직선 $y=-f(1)$ 은 서로 다른 네 점에서 만난다.

① 30　② 36　③ 42　④ 48　⑤ 54

3. 실수 k 에 대하여 삼차방정식 $\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+k=0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $f(k)$ 라 하자. 최고차항의 계수가 1 인 이차함수 $g(x)$ 에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(2)+g(2)$ 의 값은?

① $\frac{8}{3}$　② $\frac{11}{3}$　③ $\frac{14}{3}$　④ $\frac{17}{3}$　⑤ $\frac{20}{3}$

4. 두 함수

$$f(x)=x^4+x^3-8x,\ g(x)=x^3-2x^2+k$$

에 대하여 부등식 $f(x)\leq g(x)$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수가 2 가 되도록 하는 정수 k 의 개수는?

① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

5. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여 부등식 $(x-4)f(x) \geq 0$이 성립한다.
> (나) $f(0)=0$

실수 k에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)-xf'(k)=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 k의 값의 합은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

6. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 위치 x가

$$x=\frac{1}{2}t^4-2t^3+kt$$

이다. 점 P가 원점을 출발한 후 운동 방향을 두 번 바꾸도록 하는 정수 k의 개수는?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t>0)$에서의 위치 x가

$$x=\frac{1}{4}t^t-2t^3+\frac{9}{2}t^2+kt$$

이다. 시각 $t=p$와 $t=q$ $(0<p<q)$에서만 점 P의 속도가 2이고 시각 $t=3$에서의 속도가 0보다 작을 때, 시각 $t=q$에서의 점 P의 가속도는? (단, k, p, q는 상수이다.)

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

Level 3. 실력완성 (p. 70)

1. 함수 $f(x)=x^3-6x^2+9x+16$과 실수 t에 대하여 집합

$$A=\{x \mid f(x)f'(t)(x-t)+f(x)f(t)=0\}$$

일 때, 집합 A의 원소의 개수가 1이 되도록 하는 모든 t의 값의 합은?

① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{13}{2}$ ③ $\frac{15}{2}$ ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{19}{2}$

2. 1이 아닌 실수 α와 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $|f(x)-f(1)|$은 $x=\alpha$에서만 미분가능하지 않다.

(나) 함수 $f(x)$는 $x=-\frac{1}{2}$에서 극솟값 0을 갖는다.

실수 t에 대하여 방정식 $f(f(x))=t$의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 할 때, 함수 $g(t)$는 $t=\beta$에서만 불연속이다. $\alpha+\beta$의 값은? (단, β는 실수이다.)

① $-\frac{9}{16}$ ② $-\frac{7}{16}$ ③ $-\frac{5}{16}$ ④ $-\frac{3}{16}$ ⑤ $-\frac{1}{16}$

3. 함수 $f(x)=x^4+ax^3+bx^2$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 방정식 $\{f(x)-f(3)\}^2+\{f'(2)\}^2=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.
> (나) $0<f(3)<f(2)$

$x \geq k$인 모든 실수 x에 대하여 부등식 $f(x) \geq f(3)$이 성립하도록 하는 실수 k의 최솟값은 p이다.
$(3p-1)^2$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

부정적분의 정의와 성질 (p. 73)

예제

1. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하자. 두 함수 $f(x)$, $F(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $F(4)$의 값은?

> (가) $f(1)=0$, $F(1)=0$
> (나) 집합 $\{x|F(x)=0,\ x\text{는 실수}\}$의 모든 원소의 합은 -1이다.

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

유제

2. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=3x^2-4x+1$이고, $f(1)=4$일 때, $f(2)$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

3. 다항함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하자. $f(0)=-3$이고 모든 실수 x에 대하여 $F(x)=\{f(x)\}^2$이 성립할 때, $4F(1)$의 값을 구하시오.

정적분과 미분의 관계 (p. 75)

예제

4. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{1}^{x} tf(t)\,dt = x^4 + ax^2 + bx$$

를 만족시킬 때, $f(b)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

유제

5. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{2}^{x} f'(t)\,dt = (x-3)^3 + a$$

를 만족시킬 때, $f(3)-f(2)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{-1}^{x} xf(t)\,dt - \int_{-1}^{x} tf(t)\,dt = x^4 + (a-1)x^2 - a$$

를 만족시킬 때, $f(a)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

정적분의 성질 (p. 77)

예제

7. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{x}^{x+1}\{f(t)-2t\}\,dt = ax^2-2x$$

를 만족시킨다. $\int_{0}^{4} f(t)\,dt = \int_{0}^{1} f(t)\,dt + 31$일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

유제

8. $\int_{1}^{3}(x^2+4)\,dx + \int_{3}^{1}(x+2)^2\,dx$의 값은?

① -16 ② -15 ③ -14 ④ -13 ⑤ -12

9. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수

$$f(x)=\begin{cases} -x+1 & (x \le 1) \\ ax+b & (x>1) \end{cases}$$

이 $\int_{0}^{2} f(x)\,dx > 5$를 만족시키도록 하는 두 정수 a, b에 대하여 $|ab|$의 최솟값을 구하시오.

다항함수의 성질을 이용한 정적분 (p. 11)

예제

10. 삼차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(-x)=-f(x)$
> (나) $f'(x)\le 0$

$\int_{-1}^{1}\{xf'(x)+|f(x)|\}dx=k\times\int_{0}^{1}f(x)dx$일 때, 상수 k의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

유제

11. $\int_{-2}^{2}(3ax^2+2ax+a)dx=60$일 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$이다.
> (나) $f(0)=1$, $\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\int_{1}^{1+h}f'(t)dt=0$

Level 1. 기초연습 (p. 80~81)

1. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=4x^3+6x$일 때, $f(1)-f(0)$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

2. $\int_1^2 (ax-2)\,dx=4$일 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\int_0^1 \frac{x^2-2x}{x+1}\,dx+\int_0^1 \frac{x-2}{x+1}\,dx$의 값은?

① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

4. $\int_0^2 x|x-1|\,dx$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

5. $\int_{-3}^{3}(x^2+a)(x^3+x+1)\,dx=6$일 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=-x^2+2x+3$이고 함수 $f(x)$의 극솟값이 2일 때, $f(0)$의 값은?

① 3 ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{11}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{13}{3}$

7. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\frac{d}{dx}\left\{\int_{1}^{x} f(t)\,dt\right\}=x^2+ax$$

를 만족시키고 $f(-1)=3$일 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=3x^3+1+\int_{-1}^{1} f(t)\,dt$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x\to 1}\frac{1}{x-1}\int_{1}^{x} f(t)\,dt$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_0^x f(t)\,dt = f(x) + x^3 + ax$$

를 만족시킬 때, $f(a)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

Level 2. 기본연습 (p. 82~83)

1. 다항함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $f(3)$의 최댓값과 최솟값의 곱은?

(가) 모든 실수 x에 대하여 $2\{F(x)-F(1)\}=(x-1)\{f(x)+f(1)\}$이다. (나) $f(0)=4$, $\lvert F'(1)\rvert \le 2$

① -32 ② -28 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

2. 실수 전체의 집합에서 연속인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_0^x f(t)\,dt = g(x) + \int_3^0 f(t)\,dt$$

를 만족시킨다. $g(3)=6$, $g(4)=10$일 때, $\int_0^4 f(t)\,dt$의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

3. 최고차항의 계수가 4인 삼차함수 $f(x)$에 대하여

$$\lim_{x \to 1} \frac{f(x)}{x-1} = 0, \ \lim_{x \to 1} \frac{1}{x-1} \int_0^x f(t)\,dt = k$$

가 성립할 때, $f(k+3)$의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.)

4. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 $0 \le x < 1$일 때, $f(x) = ax^2 - 1$이고, 모든 실수 x에 대하여

$$f(x+1) = f(x) + b$$

를 만족시킨다. $\int_2^3 f(x)\,dx = \frac{11}{3}$일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

5. $f(0) = 0$이고 최고차항의 계수의 절댓값이 4인 이차함수 $f(x)$와 $a > 1$인 실수 a가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_0^1 |f(x)|\,dx = \int_0^1 f(x)\,dx$,

$\int_1^a |f(x)|\,dx = -\int_1^a f(x)\,dx$

(나) $\left| \int_0^a f(x)\,dx \right| \le \int_{1-a}^1 f(x)\,dx$

$f(a)$의 최솟값은?

① $-\frac{7}{2}$ ② -3 ③ $-\frac{5}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{3}{2}$

6. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int f'(x)\,dx = g'(x) + \int 6x\,dx$

(나) $\int f(x)\,dx = xg(x) - \int g(x)\,dx$

$f(1) = g(1)$일 때, $g(2)$의 값은?

① 13 ② $\frac{27}{2}$ ③ 14 ④ $\frac{29}{2}$ ⑤ 15

7. 닫힌구간 $[0, 4]$에서 정의된 연속함수 $f(x)$가 $0 \le x < 2$일 때, $|f(x)| = |x-1|$, $2 \le x \le 4$일 때 $|f(x)| = |x-3|$을 만족시킨다. 열린구간 $(0, 4)$에서 정의된 함수 $g(x)$를

$$g(x) = \int_1^x f(t)\,dt + \int_3^x f(t)\,dt$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 가능한 함수 f의 개수는 16이다.
ㄴ. $|g(2)| + |g'(2)| = 2$
ㄷ. 함수 $g(x)$가 $x = \alpha$ $(1 < \alpha < 4)$에서만 극값을 가지고 $g(\alpha) > 0$일 때, $\alpha + g(\alpha) = 4$이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

Level 3. 실력완성 (p. 84~85)

1. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$의 도함수가

$$f'(x) = \begin{cases} a & (x < b) \\ -3x^2 + x & (x \ge b) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$의 역함수가 존재하고 $f(2) - f(0) = -\dfrac{15}{2}$일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

2. 다음 조건을 만족시키는 실수 전체의 집합에서 연속인 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $\int_{-2}^{2} f(x)\,dx$의 최댓값과 최솟값의 합은?

> (가) 모든 실수 x에 대하여
> $\{f(x)+x\}\{f(x)-x\}=x^4-3x^2+1$이다.
> (나) $x \le 1$인 모든 실수 x에 대하여
> $f(x)-\int_{1}^{x} f(t)\,dt \ge 0$이다.

① $-\frac{8}{3}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{16}{3}$

3. $f'(0)=0$인 이차함수 $f(x)$와 연속함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$xg(x)=\int_{-1}^{1} |x-t|f(t)\,dt$$

를 만족시킨다. $g(-2)=2$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

4. 최고차항의 계수의 절댓값이 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x \le 0) \\ f(x+3) & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이고 모든 실수 x에 대하여 $\int_0^x g(t)\,dt \le 0$을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $g(0)=0$

ㄴ. $g'(0)$이 존재하면 모든 실수 x에 대하여 $\int_0^x |g'(t)|\,dt = -g(x)$이다.

ㄷ. $\int_0^1 f(x)\,dx$의 값이 정수일 때, $\lim_{h \to 0+} \frac{g(h)}{h}$의 최솟값은 $-\frac{99}{14}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. 음수 a에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+1 & (x < 1) \\ a|x-2|-2 & (x \ge 1) \end{cases}$$

이라 할 때, 함수 $g(x)=|x|\int_b^x f(t)\,dt$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 실수 b의 최댓값을 M이라 하자.
$b=M$일 때의 함수 $g(x)$에 대하여 $g(3)=18$일 때, $12M$의 값을 구하시오.

곡선과 x축 사이의 넓이 (p. 89)

예제

1. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)$의 값은?

(가) $f(2)=0$, $f(0)=-2$ (나) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$이다. (다) 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{32}{3}$이다.

① $-\frac{7}{2}$ ② $-\frac{27}{8}$ ③ $-\frac{13}{4}$ ④ $-\frac{25}{8}$ ⑤ -3

유제

2. 곡선 $y=x^3+x^2-2x$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{37}{12}$ ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{41}{12}$ ④ $\frac{43}{12}$ ⑤ $\frac{15}{4}$

3. 곡선 $y=a|x|(x-1)-2a\,(a>0)$과 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 10일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

두 곡선 사이의 넓이 (p. 91)

예제

4. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}=0,\ f(1)=f'(1)$$

을 만족시킬 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=f'(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

유제

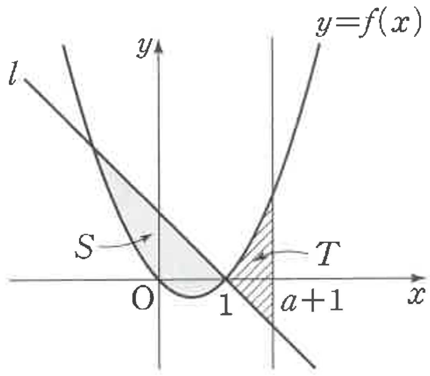
5. 함수 $f(x)=x^2+1$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$에서의 접선을 l이라 하자. 곡선 $y=f(x)$와 직선 l 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

두 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이가 같은 경우 (p. 93)

예제

6. 이차함수 $f(x)=ax(x-1)(a>0)$과
직선 $l : y=m(x-1)(m<0)$에 대하여 그림과 같이
곡선 $y=f(x)$와 직선 l로 둘러 싸인 부분(어두운 부분)을 S,
곡선 $y=f(x)$와 직선 l 및 직선 $x=a+1$로 둘러싸인
부분(빗금 친 부분)을 T라 하자.



S, T가 다음 조건을 만족시킬 때, $(a-m+2)^2$의 값을
구하시오. (단, a, m은 상수이다.)

(가) S의 넓이는 y축에 의하여 이등분된다. (나) S의 넓이는 T의 넓이의 2배이다.

유제

7. 곡선 $y=x^3+x$와 직선 $y=-x+k$ 및 y축으로 둘러싸인
부분의 넓이와 곡선 $y=x^3+x$와 직선 $y=-x+k$ 및
직선 $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이가 서로 같을 때, 상수 k의
값은? (단, $0<k<3$)

① $\frac{9}{8}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{11}{8}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{13}{8}$

8. 함수 $f(x)=x^3+3x-3$의 역함수를 $g(x)$라 하자.
곡선 $y=g(x)$와 x축 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이가
S일 때, $12S$의 값을 구하시오.

속도와 거리 (p. 95)

예제

9. 시각 $t=0$일 때 점 A를 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=\begin{cases} -t+1 & (0\leq t\leq 2) \\ k(t-2)-1 & (t>2) \end{cases}$$

이다. 출발 후 점 P의 운동 방향이 두 번째로 바뀌는 시각에서 $\overline{\mathrm{AP}}=2$일 때, 상수 k의 값은?

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

유제

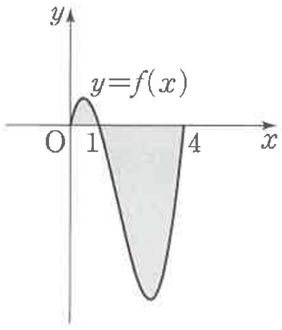
10. 양수 a에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=at(t-1)$$

이다. 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 점 P의 위치의 변화량이 4일 때, 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오.

Level 1. 기초연습 (p. 96~97)

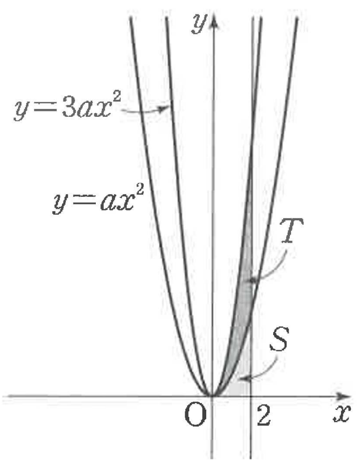
1. 닫힌구간 $[0, 4]$에서 정의된 연속함수 $f(x)$에 대하여 $f(0)=f(1)=f(4)=0$이고, $0 \le x < 1$일 때, $f(x) \ge 0$, $1 \le x \le 4$일 때 $f(x) \le 0$이다.



$\int_0^1 f(x)\,dx = 3$, $\int_0^4 f(x)\,dx = -6$일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

2. 양수 a에 대하여 곡선 $y=ax^2$과 x축 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S, 두 곡선 $y=3ax^2$, $y=ax^2$과 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이를 T라 할 때, $\frac{T}{S}$의 값은?



① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

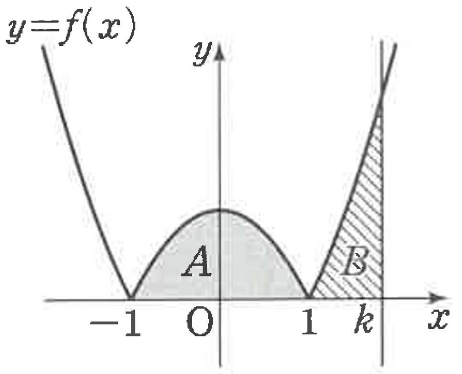
3. 곡선 $y=-x^3$과 x축 및 직선 $x=k(k>0)$으로 둘러싸인 부분의 넓이가 $2k$일 때, 상수 k의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

4. 두 곡선 $y=x^3+2x$, $y=x^2+2x$로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{5}{24}$

5. 함수 $f(x)=|x^2-1|$에 대하여 그림과 같이 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분(어두운 부분)의 넓이를 A, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 직선 $x=k(k>1)$로 둘러싸인 부분(빗금 친 부분)의 넓이를 B라 하자.



$A=2B$일 때, 상수 k의 값은?

① $\frac{\sqrt{15}}{3}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\frac{\sqrt{21}}{3}$ ④ $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

6. 함수 $f(x)=x^3-x^2+x$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{5}{24}$

7. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t\ge 0)$에서의 속도 $v(t)$는

$$v(t)=4t+a$$

이다. 시각 $t=2$에서 점 P의 위치가 4일 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t\ge 0)$에서의 속도 $v(t)$와 가속도 $a(t)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 점 P가 움직인 거리는?

(가) $0\le t\le 1$일 때, $v(t)=t^2-1$이다.
(나) $t\ge 1$일 때, $a(t)=2$이다.

① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

Level 2. 기본연습 (p. 98~99)

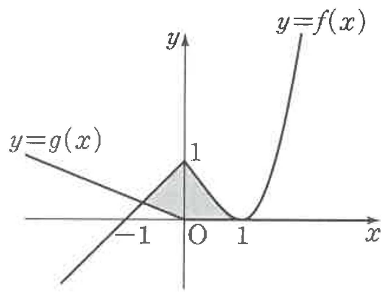
1. 함수 $f(x)=\frac{2}{7}x^3+x-\frac{16}{7}$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 두 함수 $y=g(x)$, $y=|x|$의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{27}{12}$ ② 2 ③ $\frac{29}{14}$ ④ $\frac{15}{7}$ ⑤ $\frac{31}{14}$

2. 그림과 같이 두 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x<0) \\ (x-1)^2(x+1) & (x\geq 0)\end{cases},\quad g(x)=\begin{cases} ax & (x<0) \\ 0 & (x\geq 0)\end{cases}$$

에 대하여 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이가 y축에 의하여 이등분될 때, 상수 a의 값은? (단, $a<0$)

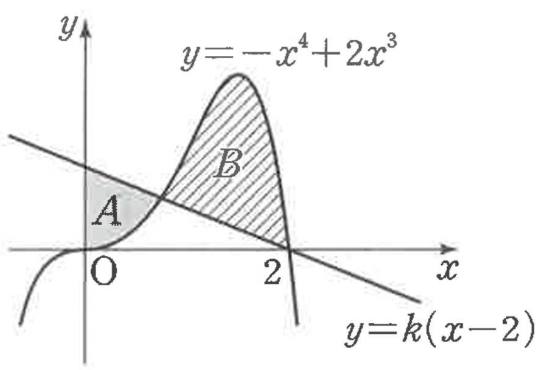


① $-\frac{1}{8}$ ② $-\frac{1}{7}$ ③ $-\frac{1}{6}$
④ $-\frac{1}{5}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

3. 자연수 n에 대하여 곡선 $y=-n^2x^2+1$과 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S, 두 곡선 $y=-n^2x^2+1$, $y=kx^2\ (k>-n^2)$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 T라 할 때, $S=3T$가 되도록 하는 실수 k의 값을 $f(n)$이라 하자. $\sum_{n=1}^{5}f(n)$의 값은?

① 360 ② 400 ③ 440 ④ 480 ⑤ 520

4. 그림과 같이 $-8<k<0$인 상수 k에 대하여 곡선 $y=-x^4+2x^3$과 직선 $y=k(x-2)$ 및 y축으로 둘러싸인 부분(어두운 부분)의 넓이를 A, 곡선 $y=-x^4+2x^3$과 직선 $y=k(x-2)$로 둘러싸인 부분(빗금 친 부분)의 넓이를 B라 하자.



$B-A=1$일 때, k의 값은?

① $-\frac{3}{5}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{2}{5}$
④ $-\frac{3}{10}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

5. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$-1 \le x < 1 \text{일 때, } f(x) = -x^2 + ax$$

이고 모든 실수 x에 대하여 $f(x) = f(x-2) + 4$를 만족시킨다. 곡선 $y = f(x)$와 x축 및 직선 $x = -2$로 둘러싸인 부분의 넓이를 A, 곡선 $y = f(x)$와 x축 및 직선 $x = 3$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라 할 때, $A + B$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 12 ② $\frac{38}{3}$ ③ $\frac{40}{3}$ ④ 14 ⑤ $\frac{44}{3}$

6. 시각 $t = 0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \ge 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t) = \frac{1}{3}t^3 - at^2 + 3a \ \ (a > 0)$$

이다. 점 P가 출발 후 운동 방향을 바꾸지 않도록 하는 모든 양수 a에 대하여 시각 $t = 2$에서 점 P의 위치의 최댓값은?

① $\frac{17}{3}$ ② 6 ③ $\frac{19}{3}$ ④ $\frac{20}{3}$ ⑤ 7

7. 시각 $t = 0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t \ge 0)$에서의 속도를 각각 $v_1(t)$, $v_2(t)$라 할 때, 정수 a에 대하여

$$v_1(t) = t^2 + at - a, \ \ v_2(t) = 2t + a$$

이다. 시각 $t = k\,(k > 0)$에서 두 점 P, Q의 위치가 서로 같고 두 점 P, Q의 속도도 서로 같을 때, 상수 k의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

Level 3. 실력완성 (p. 100~101)

1. 두 양수 a, b와 함수 $f(x)=-x^3+x$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 두 곡선 $y=f(x)$, $y=f(x-a)+b$가 오직 점 P에서 만난다.
> (나) 점 $\mathrm{A}(-1,\ 0)$일 때, 직선 AP가 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점과 직선 AP가 곡선 $y=f(x-a)+b$와 만나는 점에 대하여 이 점들 중 서로 다른 점의 개수는 3이다.

직선 AP와 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 직선 AP와 곡선 $y=f(x-a)+b$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 할 때, S_1+S_2의 값은?

① $\frac{27}{32}$ ② $\frac{7}{8}$ ③ $\frac{29}{32}$ ④ $\frac{15}{16}$ ⑤ $\frac{31}{32}$

2. 시각 $t=0$일 때 동시의 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 점 P의 속도 $v_1(t)$와 점 Q의 가속도 $a_2(t)$는

$$v_1(t)=3t^2+1,\ \ a_2(t)=1-2t$$

이다. $t\geq 0$에서 점 Q의 속도가 0 이상인 모든 시간 동안 점 P가 움직인 거리가 10일 때, 시각 $t=3$에서 두 점 P, Q 사이의 거리는?

① 24 ② $\frac{51}{2}$ ③ 27 ④ $\frac{57}{2}$ ⑤ 30

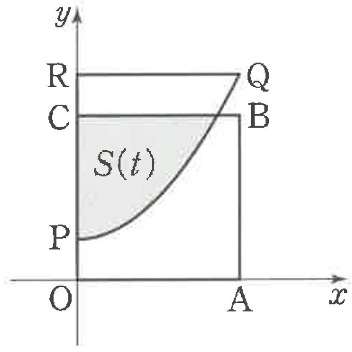
3. 시각 $t=0$일 때 동시의 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(0 \le t \le 1)$에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = -\left|t-\frac{1}{2}\right| + \frac{1}{2},\quad v_2(t) = -kt(t-1)\ \ (k>1)$$

이다. $0<t\le 1$에서 두 점 P, Q가 오직 한 번 만나도록 하는 모든 실수 k의 값의 범위는 $1<k<\alpha$ 또는 $k=\beta$이다. $\alpha+\beta$의 값은?

① $\frac{11+2\sqrt{3}}{6}$　② $\frac{6+\sqrt{3}}{3}$　③ $\frac{13+2\sqrt{3}}{6}$　④ $\frac{7+\sqrt{3}}{3}$　⑤ $\frac{15+2\sqrt{3}}{6}$

4. 네 점 O(0, 0), A(1, 0), B(1, 1), C(0, 1)을 꼭짓점으로 하는 정사각형 OABC가 있다. $-1<t<1$인 실수 t에 대하여 곡선 $y=x^2+t\,(0\le x\le 1)$ 위의 x좌표가 0, 1인 점을 각각 P, Q라 하고 점 Q에서 y축에 내린 수선의 발을 R이라 할 때, 곡선 $y=x^2+t\,(0\le x\le 1)$과 두 선분 PR, QR로 둘러싸인 부분의 내부와 사각형 OABC의 내부의 공통부분의 넓이를 $S(t)$라 하자.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $S(0)=\frac{2}{3}$

ㄴ. $-1<\alpha<0$인 모든 실수 α에 대하여 $S(\alpha)+S(1+\alpha)=\frac{2}{3}$이다.

ㄷ. $S\left(-\frac{1}{2}\right)+S\left(\frac{1}{2}\right)+S(\beta)=1$을 만족시키는 모든 실수 $\beta\,(-1<\beta<1)$의 값의 곱은 $\sqrt[3]{\frac{1}{16}}-\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[정답표]

1. 함수의 극한

예제 및 유제	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번
	②	④	②	①	③	36	⑤	②	③	③
	11번	12번								
	①	④								
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번		
	②	①	2	④	④	④	③	⑤		
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번		
	②	②	⑤	⑤	32	22	①	④		
Level 3	1번	2번	3번							
	12	14	4							

2. 함수의 연속

예제 및 유제	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번
	5	③	2	②	④	④	④	③	13
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	
	⑤	④	②	④	③	①	②	⑤	
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번			
	①	③	24	②	17	⑤			
Level 3	1번	2번	3번						
	127	28	④						

3. 미분계수와 도함수

예제 및 유제	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번	11번
	⑤	④	15	④	①	③	②	29	①	23	27
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번			
	②	①	①	④	③	①	⑤	20			
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번				
	③	⑤	②	⑤	④	①	10				
Level 3	1번	2번	3번								
	①	④	44								

4. 도함수의 활용(1)

예제 및 유제	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번
	③	①	15	13	28	16	②	④	3	①
	11번	12번								
	③	①								
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번		
	⑤	①	④	5	55	⑤	②	③		
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번		
	②	③	①	⑤	③	④	61	③		
Level 3	1번	2번	3번							
	③	50	④							

5. 도함수의 활용(2)

예제 및 유제	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번
	③	②	30	6	①	6	④	②	4	①
	11번	12번								
	④	35								
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번		
	④	⑤	②	③	④	③	①	④		
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번			
	⑤	②	③	④	19	②	③			
Level 3	1번	2번	3번							
	②	③	10							

6. 부정적분과 정적분

예제 및 유제	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번
	②	④	25	①	④	8	2	①	100	②
	11번	12번								
	③	9								
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	
	②	④	③	⑤	①	③	①	②	72	
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번			
	④	④	44	⑤	②	②	⑤			
Level 3	1번	2번	3번	4번	5번					
	②	⑤	21	⑤	54					

7. 정적분의 활용

예제 및 유제	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번
	②	①	3	77	④	12	②	27	③	6
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번		
	③	③	④	②	⑤	④	①	③		
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번			
	⑤	④	③	④	②	③	⑤			
Level 3	1번	2번	3번	4번						
	①	④	⑤	⑤						