제 2 교시

2016학년도 sootak 모의평가 3회 문제지

수학 영역 (B 형)

홀수형

성명	

수험 번호						–				

○ 자신이 선택한 유형(A형/B형)의 문제지인지 확인하시오.

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정확히 기재하시오.

오늘부터 우리는 저 바람에 노을 빛 내 맘을 실어 보낼게

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 정답에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점, 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역(B 형)

홀수형

5지선다형

1. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\0 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-3 & 0\\2 & 1\end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $2(A+B)$의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{\ln(x+1)}$의 값은? [2점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

3. 좌표공간에서 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 0,\ -2)$, $\mathrm{B}(4,\ 1,\ 1)$에 대하여 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점의 x좌표는? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 원탁에 4명이 앉으려고 할 때, 가능한 모든 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 30

5. 분수방정식

$$\frac{x^2-4x-5}{x+1}=0$$

의 실근은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 좌표공간위의 점 $\mathrm{P}(1,\ 1,\ 2)$에서 평면 α에 내린 수선의 발 Q의 좌표는 $(2,\ 3,\ 0)$이다. α위의 직선 l과 점 Q사이의 거리가 4일 때 직선 l과 점 P사이의 거리는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 두 벡터 $\vec{a},\ \vec{b}$가 이루는 각은 $\frac{\pi}{3}$이고 $|\vec{a}|=1,\ |\vec{b}|=2$이다. $|\vec{a}+\vec{b}|^2$의 값은? [3점]

① 9 ② 7 ③ 5 ④ 3 ⑤ 1

8. 두 사건 A, B는 서로 배반이고

$$\mathrm{P}(A \cup B) - \mathrm{P}(A \cap B) = \frac{1}{2},\ \mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(B)$$

일 때, $\mathrm{P}(A \cap B^c)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

9. 첫째항이 2인 수열 $\{a_n\}$이 자연수 m, n에 대해

$a_m + a_n = a_{m+n}$을 만족한다. $\sum_{k=1}^{10} a_k$의 값은? [3점]

① 110 ② 120 ③ 130 ④ 140 ⑤ 150

10. 어느 마을의 주민 중 100명을 대상으로 유전병 X의 발병 여부를 조사하였더니 36명이 양성으로 판정되었다. 이 마을의 전체 주민 중 유전병 X가 양성인 주민의 비율을 신뢰도 95%로 추정하였을 때 신뢰구간이 $[a,\ b]$이다. $10(b-a)$의 값은? (단, Z를 표준정규분포를 따르는 확률변수라 할 때 $\mathrm{P}(0 < Z < 2) = 0.475$로 계산한다.) [3점]

① 2.04 ② 2.00 ③ 1.96 ④ 1.92 ⑤ 1.88

11. 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}\log x & (x>0)\\ 0 & (x=0)\\ \log(-x) & (x<0)\end{cases}$$

일 때, $f(f(x))=0$을 만족하는 실수 x의 개수는? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

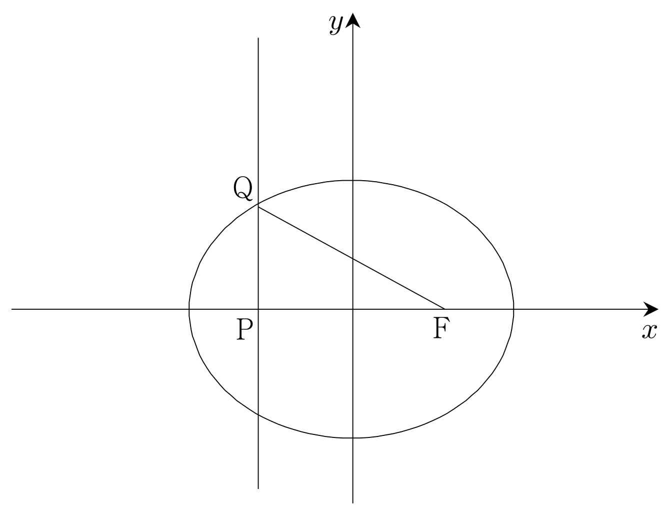
12. 확률변수 X는 평균이 m_1이고 표준편차가 2인 정규분포를 따르고, 확률변수 Y는 평균이 m_2이고 표준편차가 4인 정규분포를 따른다.

$$\mathrm{P}(m_1 \le X \le m_1+a)=\mathrm{P}(m_2-b \le Y \le m_2)$$

을 만족하는 자연수 a, b에 대하여 $a+b$의 최솟값은? [3점]

① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

[13~14] $(-5,\ 0)$을 출발하여 매초 1의 속력으로 5초 동안 x축 위를 따라 $(0,\ 0)$까지 운동하는 점 P가 있다. P를 지나고 x축에 수직인 직선이 한 초점이 $\mathrm{F}(3,\ 0)$인 타원 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$과 만나는 점 중 y좌표가 양수인 점을 Q라 할 때 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. $\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{FQ}}$의 값이 최대일 때는 출발 후 몇 초가 지났을 때인가? [3점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

14. t초 후 선분 QF의 길이를 l이라 하자. $\frac{dl}{dt}$의 값은? (단, $0<t<5$이다.) [4점]

① $-\frac{1}{5}$ ② $-\frac{3}{10}$ ③ $-\frac{2}{5}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{5}$

15. 일차변환 f를 나타내는 행렬이 $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$이고 기울기가 양수인 직선 l은 f에 의하여 점 $(1,\ 0)$을 지나는 직선으로 옮겨진다. x축, y축, 직선 l이 이루는 삼각형의 넓이의 최솟값은? [4점]

① $\frac{4}{49}$ ② $\frac{6}{49}$ ③ $\frac{8}{49}$ ④ $\frac{10}{49}$ ⑤ $\frac{12}{49}$

16. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 3$이고, $S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$라 할 때,

$$a_{n+1} = \frac{(S_n)!}{(S_n - 3)!} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> 자연수 n에 대하여 $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$이므로 주어진 식에 의하여
>
> $a_{n+1} = S_n(S_n - 1)(S_n - 2)$이고
>
> $S_{n+1} = S_n^{\ 3} - 3S_n^{\ 2} + 3S_n \quad (n \geq 1)$
>
> 이다. $b_n = S_n + \boxed{(가)}$ 이라 하면
>
> $b_{n+1} = b_n^{\ 3}$
>
> 이다. 양변에 밑이 2인 로그를 취하여 수열 $\{b_n\}$의 일반항을 구하면
>
> $b_n = \boxed{}$
>
> 이므로
>
> $S_n = \boxed{}$
>
> 이다. 그러므로
>
> $a_n = \boxed{\quad (나) \quad} \quad (n \geq 2)$
>
> 이다.

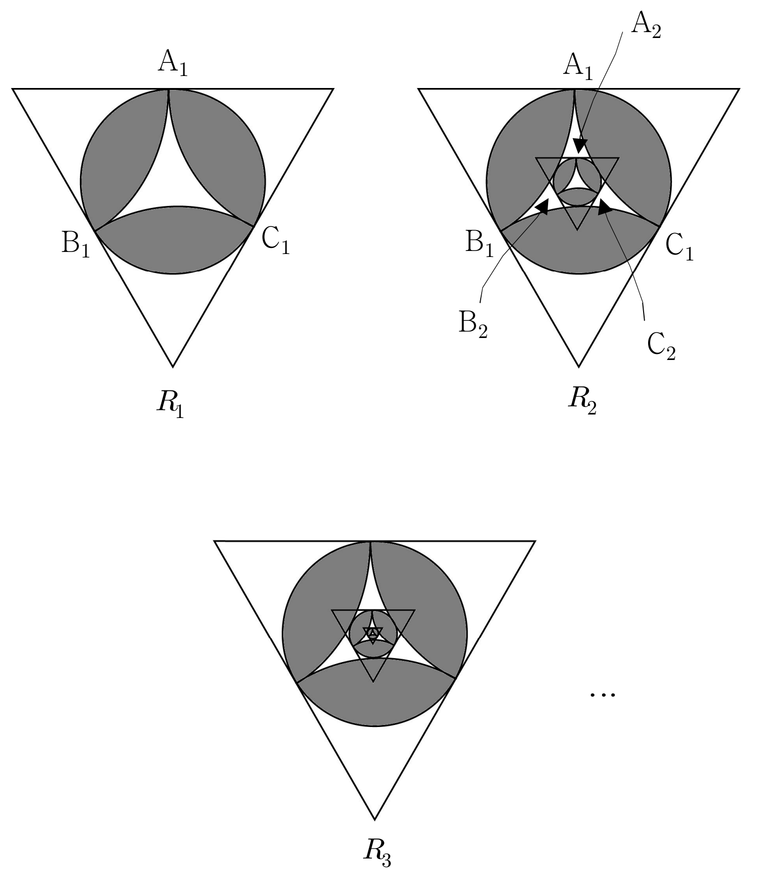
위의 (가)에 들어갈 수를 p, (나)에 알맞은 식을 $f(n)$이라 할 때, $p + \frac{f(3)}{f(2)}$ 의 값은? [4점]

① 81 ② 83 ③ 85 ④ 87 ⑤ 89

17. 구 $x^2+y^2+z^2=18$과 평면 $x+2y+2z=9$의 교선 위를 움직이는 점 P와 A(5, 7, 4)에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|$의 값이 최대가 되도록 하는 P의 x, y, z좌표의 합은? [4점]

① 10 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

18. 그림과 같이 반지름이 6인 원 O_1의 둘레를 삼등분하는 점 $\mathrm{A_1}$, $\mathrm{B_1}$, $\mathrm{C_1}$이 있다. O_1을 내접원으로 하고 $\mathrm{A_1}$, $\mathrm{B_1}$, $\mathrm{C_1}$을 접점으로 하는 정삼각형의 각 꼭짓점에서 호 $\mathrm{A_1B_1}$, $\mathrm{B_1C_1}$, $\mathrm{C_1A_1}$을 그리고 각 호가 원 O_1과 만나서 생기는 세 영역에 색칠하여 얻은 도형을 R_1이라 하자. R_1에서 새로 그린 세 호에 내접하는 원을 O_2라 하고 O_2의 둘레를 삼등분하는 점 $\mathrm{A_2}$, $\mathrm{B_2}$, $\mathrm{C_2}$를 잡아 세 점을 접점으로 하는 정삼각형의 각 꼭짓점에서 각각 호 $\mathrm{A_2B_2}$, $\mathrm{B_2C_2}$, $\mathrm{C_2A_2}$을 그리고 O_2와 둘러싸인 세 영역에 색칠하여 R_2를 얻는다. R_2를 얻을 때와 마찬가지 방법으로 추가로 색칠하여 도형 R_3을 얻는다. 이와 같이 그리기를 계속하여 도형 R_n을 얻을 때 R_n에 색칠된 부분의 넓이의 합을 S_n이라 하자. $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $3(5\pi-6\sqrt{3})(2\sqrt{3}+3)$ ② $3(4\pi-5\sqrt{3})(2\sqrt{3}+3)$
③ $3(3\pi+6\sqrt{3})(2\sqrt{3}-3)$ ④ $2(5\pi+4\sqrt{3})(2\sqrt{3}-3)$
⑤ $2(3\pi-4\sqrt{3})(2\sqrt{3}-3)$

19. 실수 x에 대하여 $f(x)>1$이고 미분가능한 함수 $f(x)$가 상수 a에 대하여

$$x+f(x)=\int_a^x f(t)dt$$

을 만족한다. x축, y축, 직선 $x=a$, 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이가 5일 때, $\int_a^1 f(x)dx$의 값은? [4점]

① $4e+1$ ② $2(2e+1)$ ③ $4e+3$
④ $4(e+1)$ ⑤ $4e+5$

20. $A\neq B$이고 역행렬이 존재하는 두 이차정사각행렬 A, B가

$$A^2-A=B^2-B, \qquad AB+B=A+E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A+E$의 역행렬이 존재하지 않는다.
ㄴ. $B-E$의 역행렬이 존재하지 않는다.
ㄷ. $A^{-1}=A$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 이차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=e^x f(x)$가 있다. 점 $(t,\ g(t))$를 지나는 직선과 함수 $y=g(x)$의 그래프가 만나는 교점의 개수의 최댓값을 $h(t)$라 할 때, 함수 $h(x)$는

$$h(x)=\begin{cases}4\ (x<1)\\3\ (1\le x\le 2)\\4\ (2<x<k)\\2\ (x\ge k)\end{cases}$$

와 같이 정해진다. 2보다 큰 상수 k에 대하여 $e^2 g(k)-5k$의 값은? [4점]

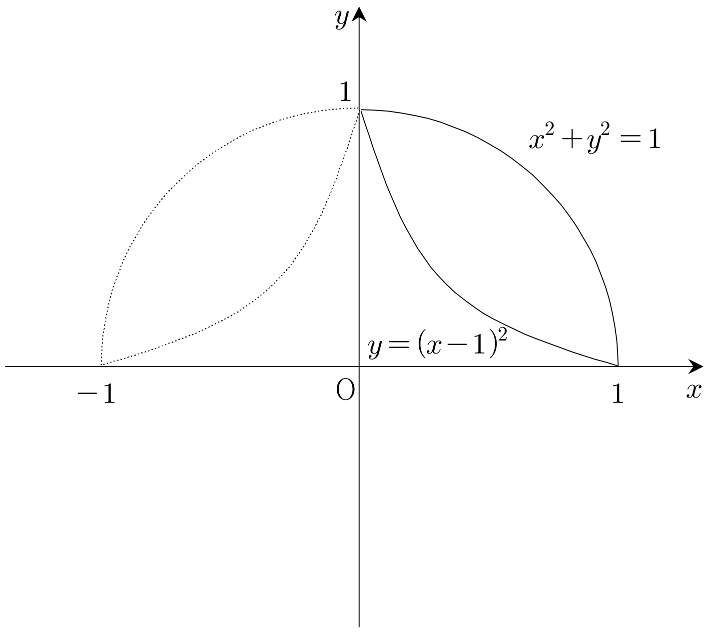
① 22　② 24　③ 26　④ 28　⑤ 30

단답형

22. $\cos 2\theta=\frac{2}{3}$일 때, $\tan^2\theta=p$이다. $\frac{1}{p}$의 값을 구하시오. [3점]

23. ${}_nH_1+{}_{n-1}H_2+{}_{n-2}H_3+\cdots+{}_1H_n>50$을 만족하는 자연수 n의 최솟값을 구하시오. [3점]

24. 다음 그림과 같이 $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$에서 원 $x^2+y^2=1$과 곡선 $y=(x-1)^2$으로 둘러싸인 부분을 y축을 중심으로 1회전하여 만들어지는 도형의 부피를 $k\pi$라 할 때, $100k$의 값을 구하시오. [3점]



25. 지진의 규모를 수치화한 리히터지진계에서는 다음 식을 통해 규모 값을 산출한다.

$\log E = 11.8 + 1.5M$ (단, E는 에너지, M은 규모)

규모가 M_1인 지진의 에너지를 E_1, 규모가 M_2인 지진의 에너지를 E_2라 할 때, $\dfrac{M_2}{M_1}=\dfrac{4}{3}$이 성립한다. $\log\dfrac{E_1^{\,p}}{E_2^{\,q}}=23.6$이 항상 성립하도록 하는 자연수 p, q에 대하여 $p+q$의 값을 구하시오. [3점]

26. 2 이상의 자연수 n에 대하여 곡선 $y=\sin^n x\,(x>0)$와 원점을 지나는 직선이 오직 한 점 $(x_n,\ \sin^n x_n)$에서만 만난다. $\displaystyle\sum_{n=2}^{10}\frac{\tan x_n}{x_n}$의 값을 구하시오. [4점]

27. 주머니 속에 1부터 6까지의 숫자가 하나씩 적힌 공 6개가 들어있다. 꺼낸 공은 다시 넣지 않고 한 번에 하나씩 공을 꺼내는 시행을 3회 반복할 때, 각 시행에서 꺼낸 공에 적힌 숫자를 차례대로 a, b, c라 하자. 함수 $f(n)$이

$f(n)$은 n을 3으로 나눈 나머지, n은 자연수

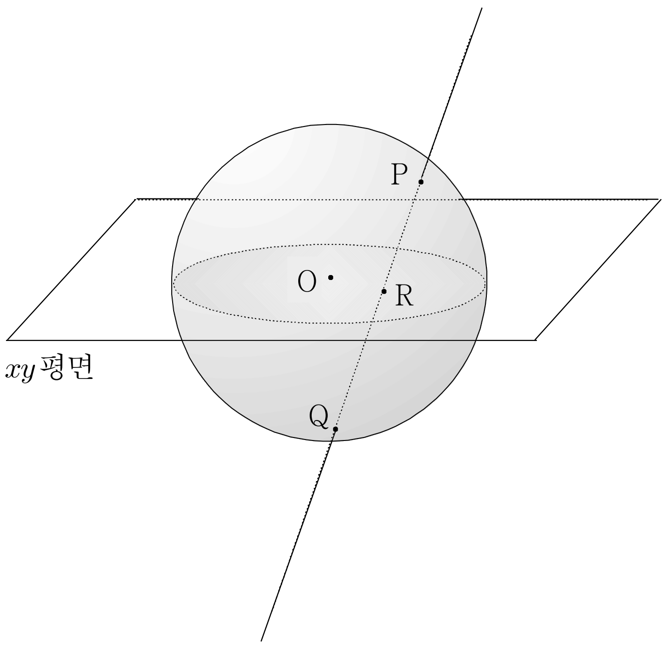
와 같이 정의된다. 이 때,

$f(a)+f(b)+f(c)=f(a+b+c)$

를 만족할 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 두 점 $\mathrm{F}(4,\ 0)$, $\mathrm{F}'(-4,\ 0)$을 초점으로 하는 쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$과 초점이 F이고 준선이 $x=0$인 포물선이 있다. 제 1사분면에서 쌍곡선 위의 점 P가 $\overline{\mathrm{FF}'}=\overline{\mathrm{FP}}$을 만족할 때 선분 $\overline{\mathrm{FP}}$가 포물선과 만나는 점을 Q라 하자. $\overline{\mathrm{FQ}}=k$인 상수 k에 대하여 $7k$의 값을 구하시오. [4점]

29. 구 $S: x^2+y^2+z^2=12$와 xy평면과 이루는 각의 크기가 60°인 직선이 z좌표의 부호가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 이 직선과 xy평면의 교점을 R이라 할 때, 내적 $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{RO}}$의 최댓값을 k라 하자. k^2의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]



30. $f(0)=0$인 연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $m>n>1$인 자연수 m, n에 대하여 $f(n)=m$이다.
> (나) $1\le k\le n$인 자연수 k에 대하여 $f(k)$는 자연수이고 구간 $(k-1,\ k)$에서 $f'(x)=e^{x+a_k}$가 성립하도록 하는 수열 $\{a_k\}(k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,n)$이 존재한다.

$\displaystyle\int_0^n f(x)\,dx$의 최댓값과 최솟값의 차이가 120이 되도록 하는 m, n에 대하여 $m+n$의 최댓값을 구하시오. [4점]

> ＊ 확인 사항
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.